

树状结构柱内力特性及整体设计分析



宋兴, 喻泽红, 梁颖君

(中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘要:采用有限元方法分析几何参数对树状结构节点承载力的影响,得到节点尺寸参数的最佳取值范围,并拟合出树状结构节点的承载力公式。通过逆吊递推找形设计方法设计整体树状结构,计算分析屋面梁悬挑长度和树状柱间屋面梁跨度的相对大小对其内力分布的影响,得到两者最佳比值范围。同时验算树状结构节点的受力情况,拟定设计公式中安全系数的最佳取值。根据拟定的安全系数值设计整体结构并验算其力学性能及对应节点的受力情况。计算结果表明:若树状柱两侧局部刚度一致,除最上一级分枝外,按逆吊递推找形法得到的结构对应的安全系数应取4;需增加悬挑长度的结构,安全系数应取5;最上一级分枝的安全系数应较其余分枝大1。根据节点承载力公式设计得到的树状结构,具有较大的刚度,可用于实际工程。

关键词:树状结构;设计;承载力;内力分布;安全系数

中图分类号: TU393.3 文献标志码: A 文章编号: 1672-7029(2017)02-0332-10

Internal force distribution and its integral design analysis of tree-like structure

SONG Xing, YU Zehong, LIANG Yingjun

(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: The influence that geometrical parameters of the tree-like structure joint have on the joint had been analyzed to find the most reasonable range of these parameters. On this basis, the formula of bearing capacity of the joint was obtained. The shape of the integral tree-like structure was designed through the inverse-hang recursive method. The most reasonable relative size between the cantilevered length of the roof beam and the span between tree-like columns were calculated while analyzing the influence which the change of this relative size had on the internal force distribution, and the safety factor K in the formula of bearing capacity had been proposed by verifying the force station of the joint. The mechanical characteristics of the integral tree-like structure and the relative joint were verified again after designing the integral structure according to the suggested safety factor. Results show that the safety factor of the formula of bearing capacity ought to be 4 for the structure based on the inverse-hang recursive analysis and it needs to be equal to 5 for the cantilever-increased structure, while the safety factor of the uppermost branch need supply 1, if the local stiffness on both sides of the tree-like column are equal. The designed structure have better stiffness and it can be applied in practical engineering.

Key words: tree-like structure; design; bearing capacity; internal force distribution; safety factor

收稿日期: 2016-04-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51178472, 51678573)

通信作者: 喻泽红(1966-), 女, 湖南长沙人, 教授, 博士, 从事结构受力分析工作; E-mail: yzh.edu@163.com

树状结构的概念被提出以来,应用越来越广泛,如斯图加特航站楼、长沙火车南站、深圳文化中心等^[1-2]均具有与树相近的形态和受力特点。但是,这些应用于实际工程的树状结构的设计均需要通过专项研究,且研究结果仅仅能为相似工程提供少量借鉴,而没有对树状结构的设计提供普遍性和实用性的结论和建议^[3]。树状结构的找形设计和传力机理已被广泛研究^[4],关于连接树状结构节点的研究也已比较普遍,并且已经设计出较好的适用于树状结构的节点形式^[5-7]。但是,关于树状结构节点及其各级分枝柱的尺寸设计涉及较少,目前,也并没有相关规范对树状结构的尺寸设计予以规定。为得出树状结构尺寸设计的理论公式和方法,本文分析树状结构节点几何参数对节点承载力的影响并拟合出节点的承载力公式;计算分析整体树状结构在设计荷载作用下的内力分布规律^[8]并以树状结构受力最不利树状柱的分枝柱的内力验算节点的受力情况,确定节点承载力公式安全系数的最佳取值。

1 树状结构节点的数值分析方法

1.1 树状结构节点的设计

在树状结构中,节点是连接树状结构上下级分枝和传递荷载的关键构件,也是树状结构中受力最不利的构件。因此,在进行树状结构各级分枝的整体设计之前,需要先对连接树状结构各级分枝节点的承载力进行参数分析以得到节点的承载力公式。

节点设计需尽量减小各分枝之间尤其是节点主管之间的应力集中现象,外形设计及有限元网格划分结果如图 1 所示^[7]。为得到此节点的承载力公式,首先需要分析得到节点承载力和几何尺寸之间的关系。设置几何参数为:分叉角度 θ ,支主管外径比 $\gamma=d/D$ (对应支管径厚比 $\beta=d/\delta_1$),支主管壁厚比 $\tau=\delta_1/\delta$ 以及主管壁厚 δ ,其中, d 为支管外径, D 为主管外径, δ_1 为支管壁厚,如图 1。

1.2 计算节点的材料和本构关系

铸钢节点材料采用 G20Mn5 材料,屈服强度为 $f_y=300$ MPa,弹性模量 $E=2.02 \times 10^5$ N/mm²,泊松比 $\mu=0.3$ ^[8]。节点主管端部简化为固定段,本构关系

为理想弹塑性。承载力分析时分别在节点四支管端部施加同等大小的轴向荷载。

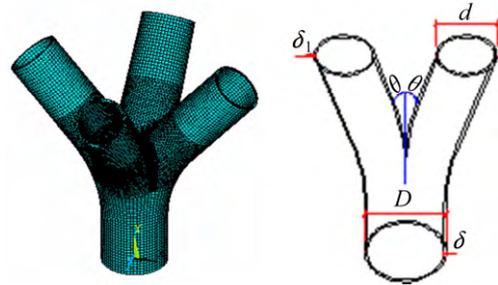


图 1 树状结构节点模型及参数

Fig. 1 Cast-steel joint in tree-like structure and its parameters

1.3 计算方法验证

以规范中 Y 形节点为例建立材料、本构关系和边界条件均与本文节点一致的节点模型进行有限元分析,验证计算模型的合理性。将其承载力计算结果与规范^[10]中提供的节点公式计算结果相比较。计算结果如表 1。

表 1 Y 形节点承载力计算结果(采用规范方法与本文方法 Y 节点承载力计算结果对比)

支管与主管 轴线夹角 $\theta_c/(\circ)$	规范计算 结果/MN	有限元计算 结果/MN	误差/%
30	5.275	5.627	6.67
40	4.103	4.372	6.56
50	3.443	3.589	4.24

计算结果表明:有限元计算分析的结果均略大于规范公式计算结果,这是由于有限元计算时网格划分的粗细等因素造成的偏差。但计算结果误差较小,证明了采用的计算模型合理。

2 铸钢节点承载力公式

2.1 破坏模式

结合文献^[7]已有结论,通过分析计算结果,总结出节点主要有主管轴向屈服、支主管交界处局部屈曲和支管挤压破坏 3 种破坏模式,并归纳出破坏模式对应的破坏状态和破坏条件如表 2。

表2 节点的破坏模式及对应的破坏条件

Table 2 Failure mode and its condition of the joint

破坏模式	破坏状态	破坏条件
主管轴向屈服	主管管身根部沿四周向外凸出	支主管壁厚比 $\tau \geq 1.5$ $\tau=1$ 且 δ 较大(发生主管轴向屈服的 δ 的临界值与分叉角度有关, 分叉角度越小, δ 值相对越小)
支主管交界处局部屈曲	主管和支管的交界处局部向内凹陷	支管径厚比 β 较大(发生局部屈曲破坏时 β 的临界值与分叉角度有关, 分叉角度越小, β 相对越小)
挤压破坏	支管相互挤压且在相交线处下凹	支管径厚比 β 相对较小且支主管壁厚比 $\tau < 1$ (τ 的下限值与 δ 有关, δ 越小, τ 越大)

2.2 承载力分析

节点的承载力随4组参数的变化曲线如图2所示。计算结果表明:分叉角度 θ 和支主管外径比 γ 对节点的极限承载力有显著影响。当 γ 等于0.3和0.5时,节点的承载力随着分叉角度的增大而减小;当 $\gamma=0.8$ 时,其承载力随着分叉角度的增大先增加后减小。主要原因是: γ 较小,对应的 β 较小,节点在支管相交线处挤压而发生破坏。分叉角度越小,支管相交线处的水平向挤压分力越小,因而节点的承载力越大;而 β 较大的节点,分叉角度越小,越易发生支主管交界处局部屈曲,因此其承载力较小,随着分叉角度的增大,节点由局部屈曲变为挤压破坏,其承载力的变化规律与 β 较小时一致。节点的承载力随着壁厚比的增大先呈线性增加后几乎不再增长。主要原因是:发生挤压破坏时,节点的承载力取决于支管相交处的接触面积,因此承载力会随着壁厚的增加而增大。但 $\tau < 1.5$ 时,支管相交处的应力集中不再突出,此时主管壁厚决定节点承载力的大小,故节点承载力不再随 τ 变化。节点的承载力随壁厚和受力面积的增加近似于线性增加。

2.3 设计建议

综合计算结果,树状结构铸钢节点的分叉角度 θ 取 $30^\circ \sim 40^\circ$ 为宜,壁厚比 τ 宜在 $0.5 \sim 1$ 之间。当主管壁厚和支主管壁厚比不同时,分叉角度相同、主管外径相同及外径比相同的节点会发生挤压破坏和支主管交界处局部屈曲破坏2种破坏模式,其承载力差别较大,因此无法通过计算直接得出支主管

径厚比 γ 适宜值。但当主管壁厚、支主管壁厚比及主管外径一定时,节点的破坏模式和极限承载力的大小由分叉角度和支主管外径比共同决定,此时支主管外径比 γ 与支管径厚比 β 存在一一对应关系,因此只要确定支管径厚比 β 的合理范围就可以确定支管不同分叉角度条件下支主管外径比 γ 的适宜值。经计算归纳,当 $\beta > 12$ 时,节点在建议分叉角度条件下不易发生支主管交界处局部屈曲破坏,承载力较大,因此支管壁厚比 β 应不大于12。

2.4 公式拟合

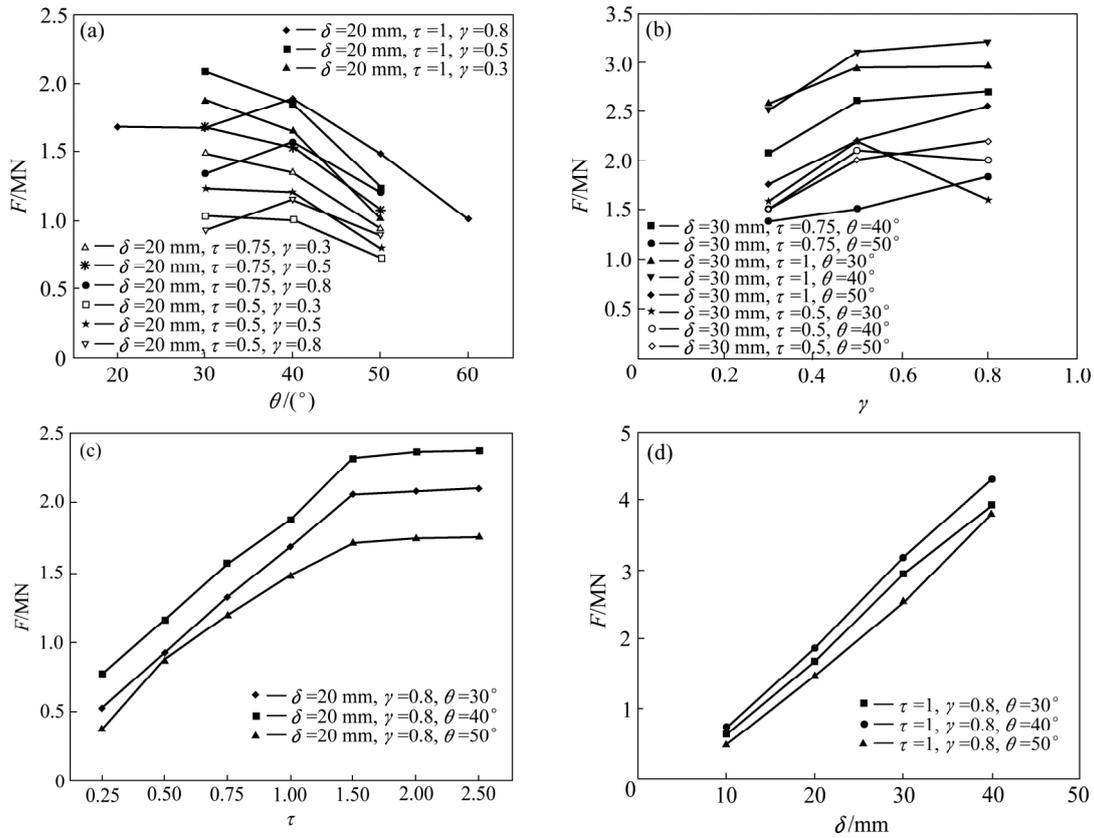
T型铸钢节点极限承载力与主管壁厚 δ 的平方和铸钢材料屈服强度的乘积成正比^[11]: $F = a\delta^2 f_y$, 树状结构节点构型与T型节点类似,故其承载力和主管壁厚 δ 的函数关系直接取用此关系式。经计算分析,在建议几何参数条件下,得到节点极限承载力与其余各参数的关系式分别为:

$$F = a\tau + b, \quad F = a + b * e^{\gamma/t}, \quad F = e^{a+b \sin \theta + c(\sin \theta)^2} \quad (1)$$

对有限元分析结果进行回归分析得到发生挤压破坏的树状结构铸钢节点极限承载力计算公式为:

$$\frac{F}{f_y \delta^2} = A(3.817 + 7.756\tau) \times (10.977 - 15.928e^{-\gamma/0.199}) e^{-4.686(\sin \theta)^2 + 5.144 \sin \theta + 0.905} \quad (2)$$

其中,系数 A 的大小与主管径厚比 D/δ 有关,其值为:



(a) 承载力随 θ 变化图; (b) 承载力随 γ 变化图; (c) 承载力随 τ 变化图; (d) 承载力随 δ 变化图
 图 2 节点承载力随参数变化曲线

Fig. 2 Changing curve of bearing capacity as different geometrical parameters change

$$A = (23.69 - 27.64e^{-(D/\delta)/19.98})/1000 \quad (3)$$

2.5 公式验证

为验证拟合公式的正确性, 将部分有限元分析结果与拟合公式结果列入表 3, 其中, 2 号、4 号、6 号及 15 号节点支管径厚比大于 12, 节点发生支主管交界处局部屈曲破坏, 而公式(2)的计算值是基于节点发生挤压破坏的计算结果, 因此 2 号、4 号、6 号及 15 号节点的计算结果不能作为判断公式(2)可行性的依据。验算结果表明, 拟合公式得到的节点承载力计算值与有限元计算值相近, 且几乎全部小于有限元计算值, 说明利用式(2)的承载力值进行树状结构节点设计是可行并且偏于安全的。

树状结构铸钢节点设计承载力见式(4)。文献[8]规定, 铸钢节点的极限承载力不得小于设计承载力的 3 倍, 式中 K 为安全系数, $K \geq 3$ 。

$$KF_y / f_y \delta^2 = A(3.817 + 7.756\tau) \times (10.977 - 15.928e^{-\gamma/0.199}) e^{-4.686(\sin \theta)^2 + 5.144 \sin \theta + 0.905} \quad (4)$$

表 3 拟合公式值与本文计算值的比较

Table 3 Comparing result between fitting formula and computing value of this paper

节点编号	主管壁厚 δ/mm	支主管壁厚比 τ	支主管径比 $\theta/(\circ)$	分叉角度 $\gamma/(\circ)$	拟合公式计算值 F/kN	ANSYS 计算结果	误差/%
1	20	0.5	0.3	40	904.40	1 009.34	10.39
2	20	0.5	0.5	50	970.68	795.25	-22.06
3	20	0.75	0.3	40	1 132.30	1 305.16	13.24
4	20	0.75	0.5	50	1 231.12	1 093.21	-12.62
5	20	1	0.5	40	1 770.07	1 855.39	4.60
6	20	1	0.8	50	1 633.25	1 492.50	-9.43
7	30	0.5	0.3	40	1 428.40	1 510.72	5.45
8	30	0.5	0.5	40	1 931.73	2 107.30	8.33
9	30	0.75	0.5	20	2 089.72	2 235.58	6.62
10	30	0.75	0.5	30	2 525.11	2 723.73	7.29
11	30	0.75	0.5	50	2 047.02	2 203.74	7.65
12	30	0.75	0.5	40	2 450.03	2 609.57	6.11
13	30	1	0.5	40	2 943.14	3 102.03	5.12
14	30	1	0.8	40	3250.29	3198.56	-1.62
15	10	0.75	0.5	40	541.73	493.26	-9.82
16	40	0.75	0.5	40	3005.37	3091.26	2.78

3 整体树状结构的数值分析

3.1 树状结构找形设计

树状结构的设计分为找形设计和细部尺寸设计2部分。找形设计的目的是使树状结构各级分枝柱只受轴向荷载的作用。利用逆吊递推找形法^[9]设计后的树状结构如图3,图中标注单位均为m。逆吊递推找形设计后,分枝构件间的分叉角度大小及对应节点编号如表4所示。由于部分分枝不对称,且上下级分枝间的夹角不满足设计建议,因此需要对相应节点的受力状况进行复核验算。

3.2 材料和本构关系

树状结构各级分枝柱及纵横梁均采用Q345B型钢,弹性模量为 $2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$,泊松比为0.3。本构关系采用理想弹塑性模型。树状结构主柱底部简化为固定端。按设计荷载对结构进行加载,屋面恒载和活载以均布荷载的形式施加在纵横梁上。计算的正确性已由文献论证^[9]。

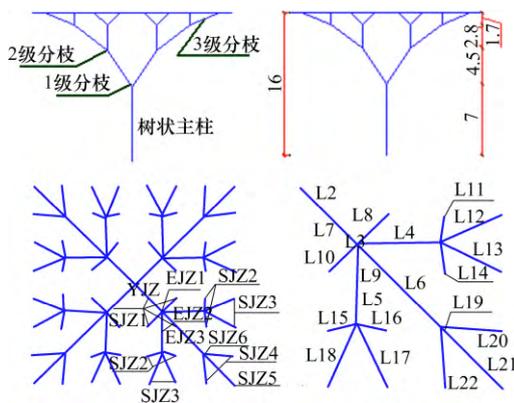
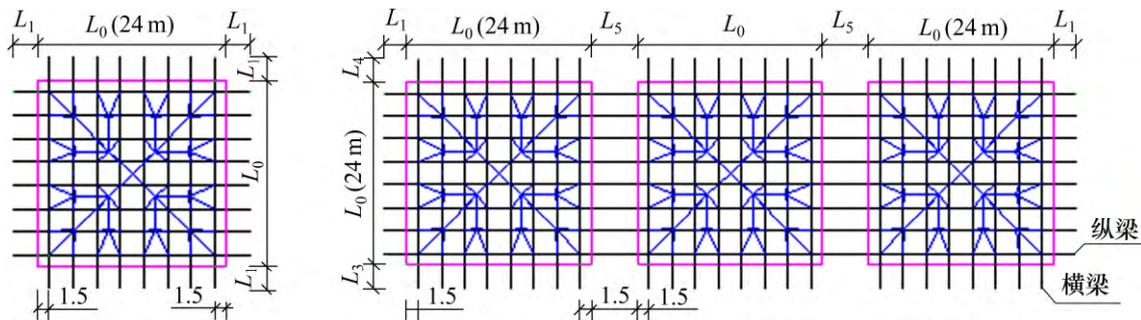


图3 找形分析后结构立面和平面图

Fig. 3 Shape of structure after form-finding



单位:m

图4 树状结构支撑屋盖尺寸图

Fig. 4 Size of roof supported by tree-like structure

表4 各级树枝之间的分叉角度值

Table 4 Bifurcate angle between the upper and the lower branch

	构件编号	对应铸钢节点编号	分叉角度 $\theta/(^\circ)$
树状主柱-1级分枝	ZZ-YJZ	1	43.51
	YJZ-EJZ1		43.51
1级分枝-2级分枝	YJZ-EJZ2	2	34.71
	YJZ-EJZ3		19.27
2级分枝-3级分枝	EJZ1-SJZ1	3	51.29
	EJZ2-SJZ2	4	46.89
	EJZ2-SJZ3		23.46
	EJZ3-SJZ4	5	30.28
	EJZ3-SJZ5		10.27
	EJZ3-SJZ6		29.40

3.3 树状结构的内力分布

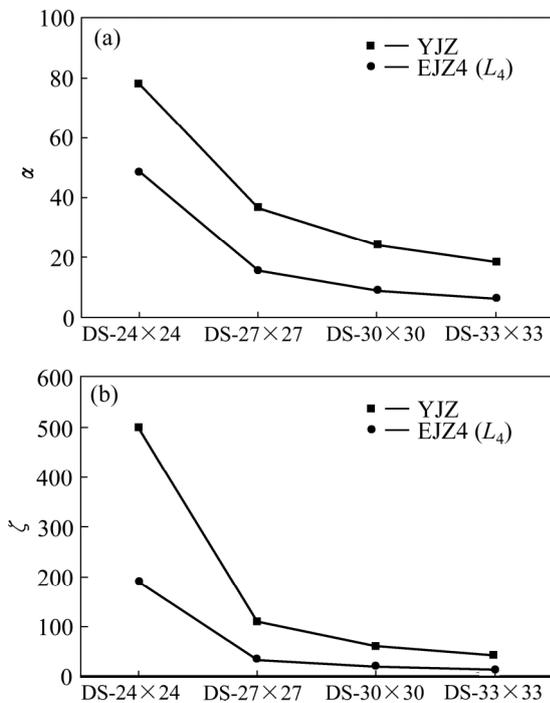
3.3.1 排架树状柱的结构形式

树状结构支撑的屋面梁尺寸如图4。树状柱与屋面梁之间采用焊接连接。逆吊递推找形法得到的树状柱支撑的屋面梁跨度为 $24 \text{ m} \times 24 \text{ m}$; $L_1+1.5 \text{ m}$ 表示屋面梁向外悬挑长度、 $L_5+3 \text{ m}$ 表示树状柱之间屋面梁的跨度。结构的编号以“DS- $(24+2L_1) \times (24+2L_1)$ 和PJ- $(24+L_1+L_5/2) \times (24+L_3+L_4)$ ”来表示。DS表示单棵树状柱,PJ表示树状柱通过屋面梁连接后组成的排架结构。

3.3.2 悬挑长度对树状柱内力分布的影响

为了解树状结构的内力分布规律, 需对不同跨度的结构采用同一尺寸。针对单棵树状柱, 首先取 $L_1=3\text{ m}$ 进行结构的尺寸设计。利用式(4), 首先取 $K=3$, 各级分枝采用圆钢管; 取上下级分枝间的最大分叉角度进行计算; 设计荷载为“1.2 恒载 + 1.4 × 0.8 活载”^[1], 取设计荷载平均到每一个 3 级分枝柱的竖向荷载进行计算, 不考虑树状柱的自重。计算得到树状主柱到 3 级分枝的尺寸分别为 $\Phi 720 \times 50$, $\Phi 360 \times 30$, $\Phi 180 \times 15$ 和 $\Phi 90 \times 10$ 。屋盖纵横梁的尺寸按规范[10]计算确定。

随着悬挑长度的增大, 树状柱各构件由于屋面梁自重的增加内力会相应增大。但各构件中的弯矩值并不和轴力一样, 随着屋面自重的增加简单的近似线性增大。计算发现, 分析各构件弯矩和轴力的相对变化值可以得到弯矩随悬挑长度的变化规律。不同结构同一位置分枝的内力方向一致, 可以用轴力和弯矩的比值的绝对值来进行分析。绘制 $\alpha \approx |F/Mz|$, $\zeta \approx |F/My|$ 变化随悬挑长度变化的曲线如图 5。式中各内力值取各构件下端与下级分枝连接处的内力值, 只表示数值大小, 不考虑其量纲。



(a) α 随悬挑长度的变化; (b) ζ 随悬挑长度的变化
图 5 轴力和弯矩比值的绝对值随悬挑长度的变化

Fig. 5 Changing curves about the ratio between F and M with the change of the length of cantilever

图 5 表明, 按照逆吊递推找形分析得到的结构, 其构件弯矩值最小, 结构受力最合理; 在其屋面梁端增加悬挑长度时, 各分枝构件弯矩值迅速加大。因此, 在结构设计时, 若建筑结构高度无限制, 结构应根据屋面梁跨度严格按照逆吊递推找形法设计; 若需加大悬挑长度的结构设计尺寸时, 安全系数 K 应较找形分析得到的结构的 K 大。

3.3.3 排架中树状柱的内力分布

排架结构树状柱的尺寸按已计算得到的单棵树状柱的尺寸取用。在设计荷载作用下, 排架树状结构中各树状柱各分枝柱与树状柱排列方向垂直的弯矩分布(此处为 Z 向弯矩)如图 6 所示, 其余各个方向的内力分布近似, 故不予列出。在排架树状结构中, 中间的树状柱的 Z 向弯矩值分布明显不同于外侧柱。主要原因是: 通过屋面梁相连后, 外侧树状柱两侧局部刚度不一致。因此, 需要分析得到排架结构中的最不利受力柱, 以进行节点的受力情况验算。

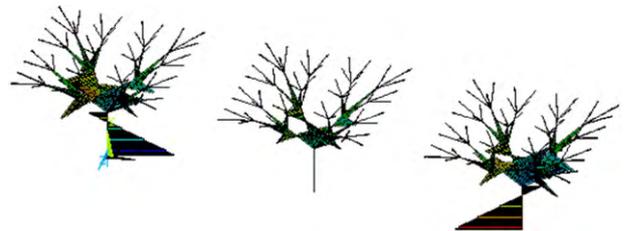
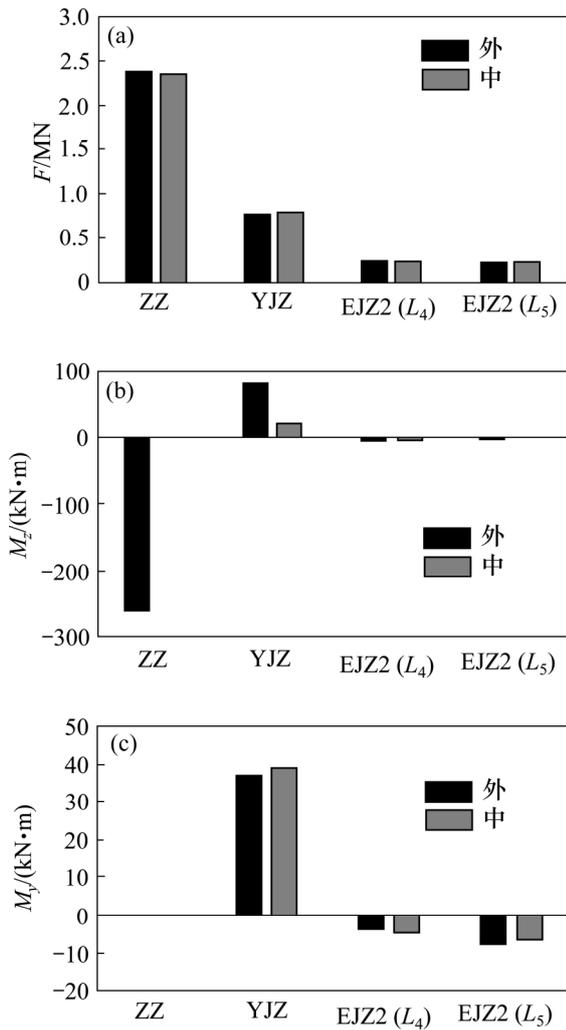


图 6 各树状柱 Z 向弯矩分布图

Fig. 6 Moment about direction Z of each structure

以排架树状结构 $PJ-30 \times 30(L_5=2L_1=2L_3=2L_4=6\text{ m})$ 为例, 中间柱与外部柱的内力分布值对比如图 7 所示, “外”表示外侧树状柱, “中”表示中间树状柱。

由图 7, 中间柱两侧屋面梁的局部刚度一致且大于悬挑部分的局部刚度, 其分枝柱由于两侧局部刚度不对称影响而产生的 Z 向弯矩值明显比外侧树状柱小。由此可见, 树状柱的内力分布对其上端两侧的局部刚度变化比较敏感, 树状柱两侧局部刚度相等时结构受力最有利。总的来说, 外侧树状柱是受力最不利柱, 因此, 在进行节点的受力验算时, 应取用外侧树状结构柱各构件的内力值。



(a) 各构件的轴力值；(b) 各构件的 Z 向弯矩；(c) 各构件的 Y 向弯矩值

图 7 外侧和中间树状柱对应构件内力值对比

Fig. 7 Internal force comparison of the internal and external column

3.3.4 屋面梁的跨度设计

排架树状结构为超静定体系，且支撑屋面梁的树状结构各分枝柱在力的作用下随着屋面梁发生相应的变形，故其左右两侧的刚度无法通过理论计算准确得出。而在均布荷载作用下，梁指定位置的位移与梁的跨度的 4 次方成正比^[12]，因此引入系数 Φ ，其值为树状柱悬挑长度 $L_1+1.5$ m 与树状柱之间屋面梁的跨度 L_5+3 m 的比值的 4 次方，以此分析树状结构内力分布随 L_1 和 L_5 的相对大小的变化曲线。旨在通过调整 L_1 和 L_5 的相对大小得出 Φ 值的最佳范围，使得树状结构两侧局部刚度一致，受力最有利。 L_1 与 L_5 的取值如表 5 所示。

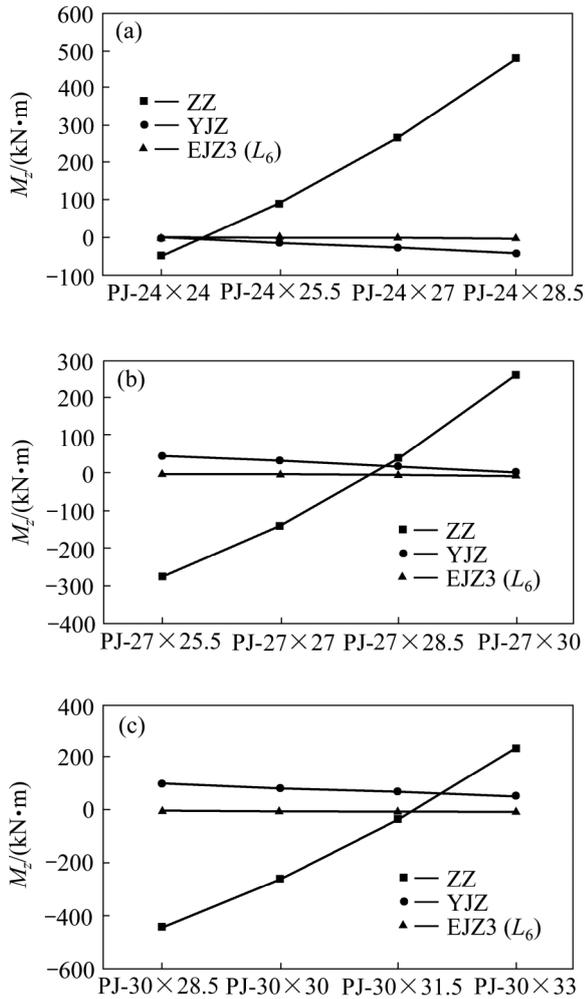
经计算，各分枝柱轴力和 Y 向弯矩随屋面梁跨度的变化不明显、X 向弯矩很小，此 3 种内力不予分析。各结构代表构件 Z 向弯矩值随屋面梁跨度的变化曲线如图 8 所示。由于悬挑长度的不同 Φ 值各不相同，故曲线图横坐标仍以结构编号表示。

计算结果表明： Φ 的最佳取值根据屋面梁悬挑长度和屋面梁跨度的变化而各不相同。对于按照逆吊递推找形分析得到并且在此基础上调整屋面梁跨度的结构， Φ 的最佳取值为 $3.91 \times 10^{-3} \sim 6.25 \times 10^{-2}$ 且接近于 5×10^{-2} ；PJ-27 系列结构的最佳 Φ 值范围为 $1.23 \times 10^{-2} \sim 6.25 \times 10^{-2}$ 且接近于 2×10^{-2} ；PJ-30 结构 Φ 的最佳取值为 $8.1 \times 10^{-3} \sim 1.98 \times 10^{-2}$ 且接近于 1.9×10^{-2} 。由此可知，随着屋面梁悬挑长度的增加， Φ 的最佳值逐渐减小。综上所述，当树状结构屋面梁各处横截面尺寸一致时， Φ 的合理范围为 $1.00 \times 10^{-2} \sim 6.25 \times 10^{-2}$ 之间，且悬挑长度越大， Φ 值宜越取小值。

表 5 L_1 与 L_5 的取值

Table 5 Value of L_1 and L_5

L_0	L_1	L_5	Φ	备注	编号	L_0	L_1	L_5	Φ	备注	编号
24	0	0	6.25×10^{-2}	$L_3=L_4=0$	PJ-24 × 24	24	3	3	3.16×10^{-1}	$L_3=L_4=3$	PJ-30 × 28.5
24	0	3	3.91×10^{-3}	$L_3=L_4=0$	PJ-24 × 25.5	24	3	6	6.25×10^{-2}	$L_3=L_4=3$	PJ-30 × 30
24	0	6	7.72×10^{-4}	$L_3=L_4=0$	PJ-24 × 27	24	3	9	1.98×10^{-2}	$L_3=L_4=3$	PJ-30 × 31.5
24	0	9	2.44×10^{-4}	$L_3=L_4=0$	PJ-24 × 28.5	24	3	12	8.1×10^{-3}	$L_3=L_4=3$	PJ-30 × 33
24	1.5	0	1	$L_3=L_4=1.5$	PJ-27 × 25.5	24	4.5	3	1	$L_3=L_4=4.5$	PJ-33 × 30
24	1.5	3	6.25×10^{-2}	$L_3=L_4=1.5$	PJ-27 × 27	24	4.5	6	1.98×10^{-2}	$L_3=L_4=4.5$	PJ-33 × 31.5
24	1.5	6	1.23×10^{-2}	$L_3=L_4=1.5$	PJ-27 × 28.5	24	4.5	9	6.25×10^{-2}	$L_3=L_4=4.5$	PJ-33 × 33
24	1.5	9	3.91×10^{-3}	$L_3=L_4=1.5$	PJ-27 × 30	24	4.5	12	2.56×10^{-2}	$L_3=L_4=4.5$	PJ-33 × 34.5



(a) PJ-24 系列结构代表构件 Z 向弯矩; (b) PJ-27 系列结构代表构件 Z 向弯矩; (c) PJ-30 系列结构代表构件 Z 向弯矩

图 8 各树状柱代表构件内力

Fig. 8 Value of representative members about each structure

4 安全系数 K 的确定

4.1 节点受力情况验算

节点受力情况需要验算的原因: 即便通过找形分析, 树状结构各分枝柱中仍不可避免地有弯矩的存在, 且树状结构部分构件上级分枝不沿下级分枝的延长线对称, 而式(4)是由四分叉对称倒角节点在轴向荷载作用下推导而得出。即实际情况与节点模型和加载条件有区别, 树状结构节点的受力情况需要进行验算。

在设计荷载作用下, 1 级分枝柱的弯矩值较大。由于同一级分枝柱不沿上一级分枝柱的延长线对

称, 2 号节点和 5 号节点只能设计成形如图 9 的铸钢相贯节点形式^[13], 此节点主管和支管的应力集中现象明显; 5 号节点对应的 3 级分枝构件在同一级分枝构件中内力最大且其与 2 级分枝柱的夹角很小, 为 3 级分枝柱中的受力最不利构件。综上, 连接一级分支柱和树状主柱的节点 1, 连接 2 级分枝柱和 1 级分支柱的节点 2 以及节点 5 需要进行受力情况验算。

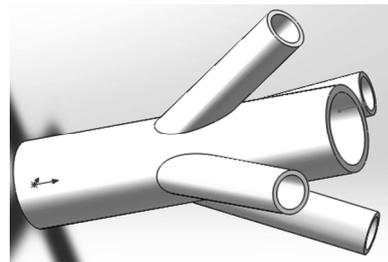


图 9 铸钢相贯节点的形式

Fig.9 Form of the cast-steel tubular joint

选取部分不同屋面梁跨度的结构进行设计计算, 得到树状结构各级分枝的尺寸(与其相连的节点的尺寸一致), 然后以排架结构外侧树状柱各构件的内力值施加于相应的节点上进行验算。不同 K 值条件下计算得到的构件尺寸及相应的验算结果如表 6, D 和 d 为节点主管和支管的直径, δ 和 δ_1 为主管和支管的壁厚。

计算结果表明: 由严格按照逆吊递推找形得到的树状柱组成的排架结构, $K=3$ 满足节点弹性工作的要求, 但此时结构为受力有利结构, 为保证所有设计结构的安全性, 设计时 K 宜适当增大。在逆吊递推找形的基础上, 增加屋面梁悬挑长度和跨度的结构, $K=5$ 满足节点弹性工作的要求。

5 号节点的最大等效应力普遍较大, 说明 3 级分枝设计尺寸不合理。但 K 增大能很好地削弱结构自重由于尺寸增大而增加带来的不利影响, 减小节点的等效应力。因此, 宜增大 K 对 3 级分枝和其对应节点进行设计。

K 的建议取值: 考虑实际存在的风载, 同时避免材料的浪费。若树状柱柱两侧局部刚度一致, 除最上一级分枝外, 按照逆吊递推找形得到的树状结构或者由其组成的排架结构取安全系数 $K=4$; 若需增大悬挑长度和屋面梁跨度, 建议安全系数取 $K=5$;

最上一级分枝 K 应较其余分枝大 1 取值。但应保证最上分枝柱与下一级分枝柱的壁厚比小于等于 1，外径比小于等于 1，同时保证最上一级分枝柱的径厚比不大于 12。

4.2 整体树状结构的受力验算

4.2.1 整体树状结构的刚度验算

根据建议 K 值，3 种结构各分枝柱新的设计尺寸及排架结构屋面梁最大变形如表 7 所示。由表 7，在逆吊递推找形的基础上，利用式(4)进行节点设计和树状结构各级分枝柱设计得到的排架树状结构

具有较大的刚度，可应用于实际工程。

4.2.2 建议 K 值下节点的再次受力验算

在建议 K 值下修改树状结构的尺寸后，排架树状结构由于自重和刚度的变化，内力大小会发生改变。因此，需要再一次对树状结构中受力不利节点的受力状况进行验算，验算结果如表 8。

计算结果表明：根据建议 K 值调整结果尺寸后，节点均处于弹性工作状态，建议 K 值及节点承载力公式(4)可以作为树状结构节点及各分枝构件设计计算的理论依据。

表 6 节点的尺寸和最大等效应力

Table 6 Size and the value of Von-Mises stress of the joint

结构编号	K	1 号节点		2 号节点		5 号节点	
		尺寸/mm ($D/\delta/d/\delta_1$)	最大应力/ MPa	尺寸/mm ($D/\delta/d/\delta_1$)	最大应力/ MPa	尺寸/mm ($D/\delta/d/\delta_1$)	最大应力/ MPa
PJ-24 × 24	3	520/40/280/26	144	280/26/240/25	174	140/15/80/10	294
	4	700/50/360/30	130	360/30/180/18	115	180/18/100/12	277
	5	880/65/440/40	100	440/40/220/20	74.4	220/20/120/15	210
PJ-30 × 30	3	720/50/360/30	201	360/30/180/15	216	180/15/90/10	310
	4	960/64/480/42	153	480/42/240/20	165	240/20/120/14	322
	5	1200/80/600/50	76.1	600/50/300/25	92.3	300/25/150/16	289
PJ-33 × 33	3	860/60/440/40	162	440/40/220/20	259	220/20/110/12	307
	4	1100/80/600/50	120	600/50/300/25	161	300/25/150/15	302
	5	1400/100/700/60	87.3	700/60/360/30	115	360/30/180/18	256

表 7 修改尺寸后树状结构的最大变形值

Table 7 Maximum displacement of the tree-like structure after adjusting size

结构编号	树状主柱 (D/δ /mm)	1 级分枝 (D/δ /mm)	2 级分枝 (D/δ /mm)	3 级分枝 (D/δ /mm)	屋面梁最大 变形/mm	规范规定屋面梁 最大变形($L/400$)
PJ-24 × 24	700/50	360/30	200/18	125/14	8.77	60
PJ-30 × 30	1 200/80	600/50	300/25	180/18	26.91	75
PJ-33 × 33	1 400/100	700/60	360/30	210/20	42.11	82.5

表 8 调整 K 值后结构节点的最大等效应力

Table 8 Maximum Von-Mises stress after adjusting the safety factor

结构编号	K	1 号节点最大等效应力/MPa	2 号节点最大等效应力/MPa	K	5 号节点最大等效应力/MPa
PJ-24 × 24	4	91.1	113	5	227
PJ-30 × 30	5	77	97.4	6	213
PJ-33 × 33	5	92.5	119	6	225

5 结论

1) 树状结构铸钢分叉节点的分叉角度 θ 宜取 $30^\circ \sim 40^\circ$; 支主管壁厚比 τ 宜为 $0.5 \sim 1$; 支管径厚比应不大于 12。

2) 排架结构中外侧树状柱的各构件受力最不利。当屋面梁各处的横截面尺寸一致时, 屋面梁悬挑长度和树状柱间屋盖跨度的比值的 4 次方 ϕ 应取在 $1.00 \times 10^{-2} \sim 6.25 \times 10^{-2}$, 且悬挑长度越大, ϕ 宜取越小值。

3) 依据本文的计算分析, 进行树状结构设计的节点设计承载力计算为:

$$KF_y / f_y \delta^2 = A(3.817 + 7.756\tau) \times (10.977 - 15.928e^{-\gamma/0.199})e^{-4.686(\sin\theta)^2 + 5.144\sin\theta + 0.905}$$

$$A = (23.69 - 27.64e^{-(D/\delta)/19.98}) / 1000$$

设计荷载取屋盖自重和活载按荷载组合后平均到最上级分枝的竖向荷载取用, 可不考虑树状结构柱的自重。若树状结构柱两侧局部刚度一致, 除最上一级分枝外, 按照逆吊递推找形得到的树状结构或者由其组成的排架结构取安全系数 $K=4$; 若需增大悬挑长度和屋面梁跨度, 建议安全系数取 $K=5$; 最上一级分枝 K 值应较其余分枝大 1 取值。

4) 按铸钢节点承载力公式和逆调递推找形法设计得到的树状结构具有较大的刚度, 可应用于实际工程。

参考文献:

- [1] 周佳冲, 陈兴, 余勇, 等. 新长沙火车站站台钢雨棚结构设计[J]. 建筑结构, 2009, 39(7): 1-8.
ZHOU Jiachong, CHEN Xing, YU Yong, et al. Design of platform roof in changsha new railway station[J]. Building Structure, 2009, 39(7): 1-8.
- [2] 鲍广鉴, 周忠明. 深圳文化中心黄金树铸钢节点焊接技术[J]. 施工技术, 2002, 31(11): 18-20.
BAO Guangjian, ZHOU Zhongming. Welding technology for cast steel joints of the golden tree of Shenzhen culture center[J]. Construction Technology, 2002, 31(11): 18-20.
- [3] LIU Hong, TAN Yisong, LIU Yiwei, et al. Development of Chinese large-scale space end-effector[J]. Journal of Central South University, 2011, 18(3): 600-609.
- [4] 罗永赤. 钢管树状柱的有限元分析[J]. 钢结构, 2005, 6(20): 46-49.
LUO Yongchi. Finite element analysis of dendriform column[J]. Steel Structure, 2005, 6(20): 46-49.
- [5] Jean Sequeria, Rene Ebel, Francis Schmitt. Three-dimensional modeling of tree-like anatomical structures[J]. Computerized Medical Imaging and Graphics, 1993, 17(4/5): 333-337.
- [6] Herion S. Castings in tubular structures: the state of the art[J]. Proceedings of Institution of Civil Engineering: Structures and Buildings, 2010, 163(6): 403-415.
- [7] 杜文凤, 孙志飞, 高博青, 等. 树状结构三分叉铸钢节点有限元分析[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(增刊 1): 89-93.
DU Wenfeng, SUN Zhifei, GAO Boqing, et al. Finite element analysis of a cast-steel joint with three branches in tree-like structure[J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(Suppl 1): 89-93.
- [8] CECS 235:2008, 铸钢节点应用技术规程[S].
CECS 235:2008, Technical specification for application of connections of structural steel casting[S].
- [9] 武岳, 张建亮, 曹正罡, 等. 树状结构找形分析及工程应用[J]. 建筑结构学报, 2011, 32(11): 162-168.
WU Yue, ZHANG Jianliang, CAO Zhenggang. Form-finding analysis and engineering application of branching structures[J]. Journal of Building Structures, 2011, 32(11): 162-168.
- [10] GB 50017—2003, 钢结构设计规范[S].
GB 50017—2003, Code for design of steel structures[S].
- [11] 周彦君. T 型铸钢节点静动力性能分析[D]. 广州: 华南理工大学, 2013.
ZHOU Yanjun. Static and dynamic performance analysis of T-type cast-steel joints[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2013.
- [12] 李镰锟. 结构力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2009: 126-138.
LI Liankun. Structural mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2009: 126-138.
- [13] 萨鹏程. 树状结构空间节点性能研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2011.
SA Pengcheng. Joint analysis about tree-like structure[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2001.